



Dipartimento di
Scienze Matematiche
G. L. Lagrange

ECCELLENZA 2018 • 2022

Prove Finali - Analisi Numerica

Sandra Pieraccini

sandra.pieraccini@polito.it

Presentazione Prove Finali Ingegneria Matematica
aa 2021/2022



**Politecnico
di Torino**



Approfondimenti su argomenti del corso di metodi numerici

Alcuni esempi:

- 1 Metodi alle differenze finite per la simulazione delle vibrazioni di una membrana elastica bidimensionale.
- 2 Metodi per la soluzione di equazioni differenziali ordinarie con passo variabile applicati a modelli fisici di interesse.

Disponibilità anche per altri argomenti da concordare in base agli interessi dello studente.

Riferimento: Dott. Andrea Borio
andrea.borio@polito.it

Equazioni non lineari

Metodi numerici per la risoluzione di sistemi quadrati

Uno dei metodi più usati per la risoluzione di sistemi di equazioni nonlineari quadrati è il metodo di Newton:

- Vantaggi: velocità di convergenza
- Svantaggi: Costo computazionale e condizioni per convergenza

Esistono pertanto varianti che mirano a migliorare l'efficienza del metodo.

Le proposte di prove finali riguardano lo studio e l'implementazione di

- Metodi che puntano a ridurre il costo computazione di ogni iterazione:
 - 1 Metodi **Quasi Newton**: calcolo a basso costo della matrice Jacobiana
 - 2 Metodi **Newton Inesatti**: calcolo a basso costo della direzione di movimento
- Metodi che puntano a migliorare la convergenza:
 - 3 Metodi di **trust-region**

Equazioni non lineari

Metodi numerici per la risoluzione di sistemi sovra-determinati

Il problema viene riformulato come problema ai minimi quadrati non lineare.
Una ulteriore proposta di prova finale riguarda lo studio e l'implementazione del

I Metodo di Levenberg-Marquardt

Riferimento: Prof.ssa Sandra Pieraccini
sandra.pieraccini@polito.it

Equazioni integrali al contorno

$$af(\mathbf{x}) + \int_{\Gamma} K(\mathbf{x}, \mathbf{y})f(\mathbf{y}) d\Gamma_{\mathbf{y}} = g(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Gamma$$

$a \in \mathbb{R}$, K, g assegnati, f funzione incognita, Γ contorno regolare di un dominio bi- o tri-dimensionale.

Applicazioni

- Modellizzazione di problemi fisici
- Risoluzione di equazioni differenziali alle derivate parziali mediante metodi di elementi al contorno

Metodi di risoluzione

- Collocazione
- Galerkin
- Nyström

Questioni correlate

- Approssimazione di funzioni
- Tecniche di quadratura efficienti per integrali con nuclei non regolari
- Risoluzione efficiente di sistemi lineari

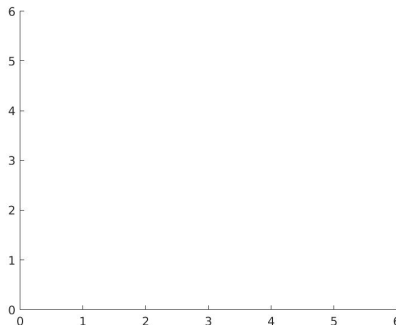
Riferimenti: Prof.ssa Silvia Falletta
silvia.falletta@polito.it

Prof.ssa Letizia Scuderi
letizia.scuderi@polito.it

Generazione, raffinamento e operazioni su mesh

Premessa

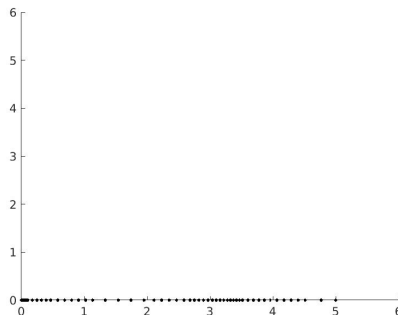
$$\begin{cases} y' = f(t, y) & t \in [0, T] \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$



Generazione, raffinamento e operazioni su mesh

Premessa

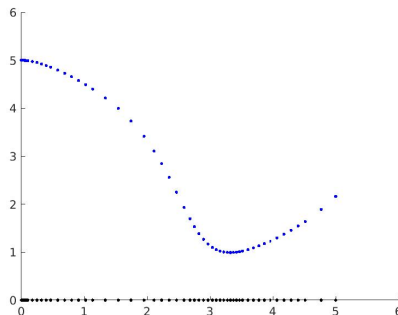
$$\begin{cases} y' = f(t, y) & t \in [0, T] \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$



Generazione, raffinamento e operazioni su mesh

Premessa

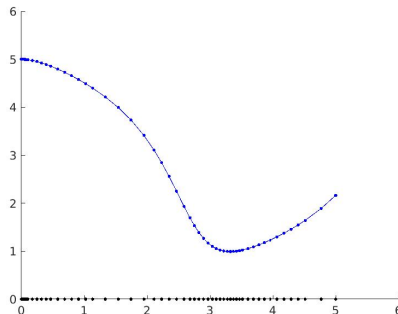
$$\begin{cases} y' = f(t, y) & t \in [0, T] \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$



Generazione, raffinamento e operazioni su mesh

Premessa

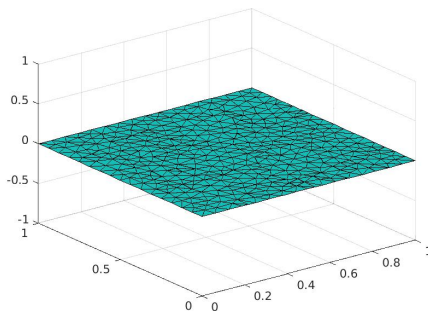
$$\begin{cases} y' = f(t, y) & t \in [0, T] \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$



Generazione, raffinamento e operazioni su mesh

Premessa

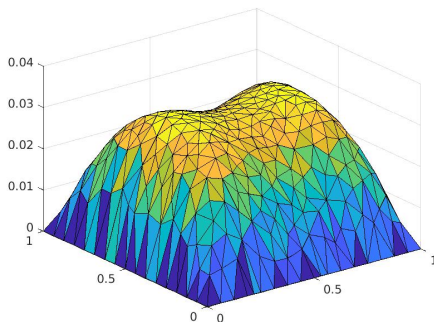
$$\begin{cases} -\Delta y = f & \text{in } \Omega \subset \mathbb{R}^d \\ y = y_0 & \text{su } \partial\Omega \end{cases}$$



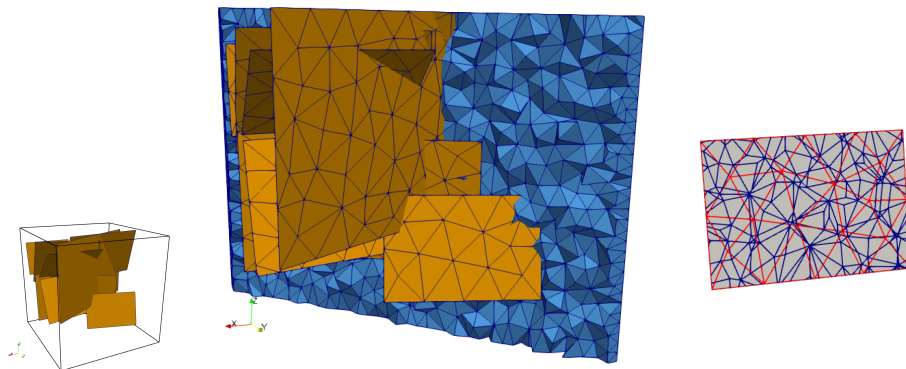
Generazione, raffinamento e operazioni su mesh

Premessa

$$\begin{cases} -\Delta y = f & \text{in } \Omega \subset \mathbb{R}^d \\ y = y_0 & \text{su } \partial\Omega \end{cases}$$



Ma...



Generazione, raffinamento e operazioni su mesh

Proposte di prove finali - I

- 1 Raffinamento adattativo di mesh triangolari con conservazione della qualità
- 2 Conservazione della qualità nel raffinamento di mesh poligonal
- 3 Date due mesh $\mathcal{M}_1$ e $\mathcal{M}_2$ su uno stesso dominio, implementazione efficiente di proiezioni L_2 su $\mathcal{M}_2$ di funzioni definite a tratti su $\mathcal{M}_1$; caso di mesh triangolari/tetraedriche e possibile estensione a mesh poligonal/poliedriche.
- 4 Tecniche di smoothing per mesh poliedriche.

Riferimenti: Prof. Stefano Berrone
stefano.berrone@polito.it

Dott. Andrea Borio
andrea.borio@polito.it

Generazione, raffinamento e operazioni su mesh

Proposte di prove finali - II

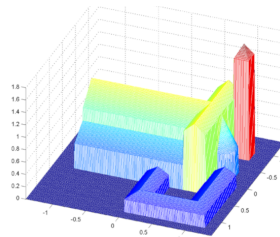
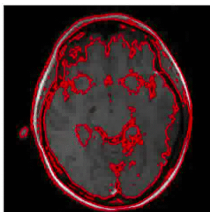
- 1 Quadratura numerica per funzioni non regolari su poligoni/poliedri
- 2 Integrazione tramite mexfile di codice C++ in ambiente Matlab

Riferimenti: Prof. Stefano Scialo'
stefano.scialo@polito.it

Dott. Fabio Vicini
fabio.vicini@polito.it

EDP per problemi di trattamento delle immagini

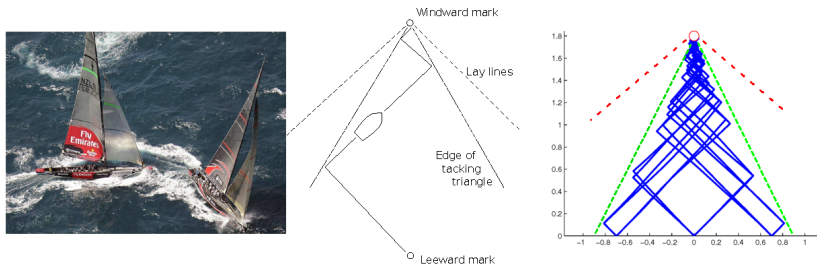
Problemi di filtraggio di immagini per la riduzione del rumore, segmentazione (via Level-Sets methods), shape-from-shading.



Keywords: *Equazione eikonale* $\partial_t V(x, t) + c(x, t)|\nabla V(x, t)| = 1$

Programmazione dinamica per problemi di controllo

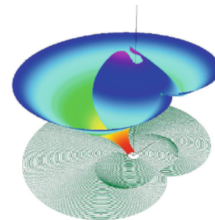
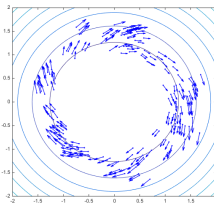
Ottimizzazione di traiettorie attraverso tecniche di programmazione dinamica.
Problemi applicativi come: l'ottimizzazione di traiettorie per imbarcazioni a vela, automobili a guida autonoma, ottimizzazione di traiettorie di lancio, etc.



Keywords: *Equazione di Hamilton-Jacobi-Bellman*. $\partial_t V(x, t) + H(\nabla V(x, t)) = 0$

Giochi dinamici multi-agente

Giochi a somma nulla (non cooperativi) continui nel tempo. Interazioni tra giocatori basate su equilibri di Nash. Possibili applicazioni in ambito economico, modellistico e sportivo.



Keywords: *Equazione di Isaacs, Mean-Field Games.*

Riferimento: Dott. Adriano Festa
adriano.festa@polito.it



Thank you for the attention



Politecnico
di Torino